

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

Prova completa e recupero II parte di Matematica Generale (Cdl. EF)
Dott. Giovanni Masala – 28 gennaio 2014



Domanda 1 (punti 2).

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2 - 6x + 8}}{x^2 - 9}$$

Dominio	$E = (-\infty, 2] \cup [4, +\infty) \setminus \{-3\}$
Positività	$P = (-\infty, -3) \cup (4, +\infty)$
Intersezioni	$A(2;0) \quad B(4;0) \quad C(0; -2\sqrt{2}/9)$

Domanda 2 (punti 3).

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione: $f(x) = \log\left(\frac{3x+4}{x^2+1}\right)$

Derivata prima	$f' = \frac{(x+3) \cdot (1-3x)}{(3x+4) \cdot (x^2+1)} \quad E = (-4/3, +\infty)$
Estremi	$M(1/3; \log(9/2)) \quad \text{cresce in } (-4/3, 1/3)$

Domanda 3 (punti 3).

Studiare la concavità e i flessi della funzione: $f(x) = \log(x^2 + 2x + 5)$

Derivata prima	$f' = \frac{2(x+1)}{x^2 + 2x + 5} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{-2(x^2 + 2x - 3)}{(x^2 + 2x + 5)^2}$
Insieme di convessità Flessi	convessa in $(-3, 1)$; $F_1(-3; \log 8)$; $F_2(1; \log 8)$

Domanda 4 (punti 2).

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{5x^4 - 4x^3 + 3x^2 + 7}{x \cdot (x^2 - 8x + 15)}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} \setminus \{0, 3, 5\}$
As. verticali	$x = 0, x = 3 \text{ e } x = 5$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 5x + 36$

Domande teoriche

1) Il legame tra continuità e derivabilità (punti 3)

2) Definizione e classificazione dei punti stazionari (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:



Domanda 5 (punti 3, 6*).

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):

$$\int_4^9 \frac{4\sqrt{x}}{1+4\sqrt{x}} dx \quad \text{e} \quad \int x \cdot e^{-5x} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{1}{8}(-4\sqrt{x} + 8x + \log(1+4\sqrt{x}))$ $\frac{9}{2} + \frac{\log(13/9)}{8} \approx 4,5460$
Integrale indefinito	$-\frac{1}{25}e^{-5x} \cdot (5x+1) + c$

Domanda 6 (punti 3, 6*). Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale k e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} k \cdot x + 2y + z = 4 \\ x + 3y - 2z = k \\ 4x + k \cdot y + z = 1 \end{cases}$$

Compatibilità	$k \neq 3; -5$: sol. unica $k = 3$: incompatibile $k = -5$: indeterminato
Soluzioni	$\left(x = \frac{k+1}{2k-6}; y = \frac{k-7}{2k-6}; z = \frac{-k^2+5k-10}{2k-6} \right) \quad k \neq 3; -5$ $\left(x = \frac{7z-22}{17}; y = \frac{9z-21}{17}; z \in \mathbb{R} \right) \quad k = -5$

Domanda 7 (punti 4, 8*). Data la funzione $z = f(x, y) = 4x^2 + 2x \cdot y - y^2 + x - y + 2$, determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo $g(x, y) = x - y = -3$.

Derivate parziali	$f_x = 8x + 2y + 1 \quad f_y = 2x - 2y - 1$
Estremi liberi	$S(0; -1/2) \quad z = 9/4 \quad H = -20$
Estremi vincolati	$m(0; 3) \quad \lambda = 7 \quad z = -10$ $H = -10$

Domande teoriche.

- 3) Il teorema di Barrow-Torricelli e le sue conseguenze (punti 4, 4*)
- 4) Le derivate parziali (punti 3*)
- 5) Condizioni per la compatibilità di un sistema lineare (punti 3*)

Domande teoriche: 1, 2, 3 per la prova completa; 3, 4, 5 per il recupero della II parte.
Punteggi II parte contrassegnati con *.